Q1) La v.a. X compte les succès du schéma de Bernoulli suivant.

Epreuve de Bernoulli.

On observe une résistance.

Evénement succès S : “elle est défectueuse”.

Probabilité de l'événement succès

$$s = p(S) = 5\times 10^{-3} = 0{,}005 .$$

Schéma de Bernoulli.

On répète $n=1000$ fois cette épreuve de Bernoulli, de manière successive et indépendante.

La v.a. X qui compte le nombre de succès suit donc la loi binomiale de paramètres $n=1000$ et $s=0{,}005$.

Quel que soit l'entier k entre 0 et 1000, la probabilité $p(X=k)$ d'obtenir k succès exactement est

$$\begin{aligned} p(X=k) &= C_n^k \times p(S)^k \times p(\overline{S})^{n-k} \\ &= C_{1000}^k \times 0{,}005^k \times 0{,}995^{1000-k} . \end{aligned}$$

Q2a) La probabilité d'avoir exactememt deux résistances défectueuses dans un lot de 1000 est

$$p(\mathrm{X}=2)=\mathrm{C}_{1000}^{2}\times 0{,}005^{2}\times 0{,}995^{1000-2}$$

$$\sim 0{,}0839.$$

Q2b) La probabilité d'avoir au plus deux résistances défectueuses dans un lot de 1000 est

$$p(\mathrm{X}\leqslant 2)=p(\mathrm{X}=0)+p(\mathrm{X}=1)+p(\mathrm{X}=2)$$

$$\sim 0{,}0066+0{,}0334+0{,}0839$$

$$\sim 0{,}124.$$

Q2c) La probabilité d'avoir au moins deux résistances défectueuses dans un lot de 1000 est

$$p(\mathrm{X}\geqslant 2)=p\left(\overline{\mathrm{X}<2}\right)$$

$$=1-p(\mathrm{X}<2)$$

$$=1-p(\mathrm{X}\leqslant 1)$$

$$=1-\left(p(\mathrm{X}=0)+p(\mathrm{X}=1)\right)$$

$$\sim 1-(0{,}066+0{,}0334)$$

$$\sim 0{,}9599$$

Q3) Le nombre de résistances défectueuses peut-on espérer trouver dans un lot de 1000 est

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = n \times p(\mathrm{S}) = 1000 \times 0{,}005 = 5\,.$$